

Regards croisés maths-physique&chimie

La Proportionnalité

Objet d'apprentissage aux multiples facettes:
enjeux de formation des élèves

IREM

Groupe Maths-PC, IREM Paris Diderot – Paris 7

David BEYLOT, enseignant de mathématiques, formateur ESPE Créteil

Bernard GALIN, enseignant de mathématiques, formateur ESPE Créteil

Pascal SAUVAGE, enseignant de phys&chim, formateur académique Créteil

université
PARIS
DIDEROT
PARIS 7

Octobre 2017

académie
Créteil



Les élèves rencontrent de plus en plus
de difficultés en calculs...

Les élèves rencontrent de plus en plus
de difficultés en calculs...

Pourquoi?

Les élèves rencontrent de plus en plus de difficultés en calculs...

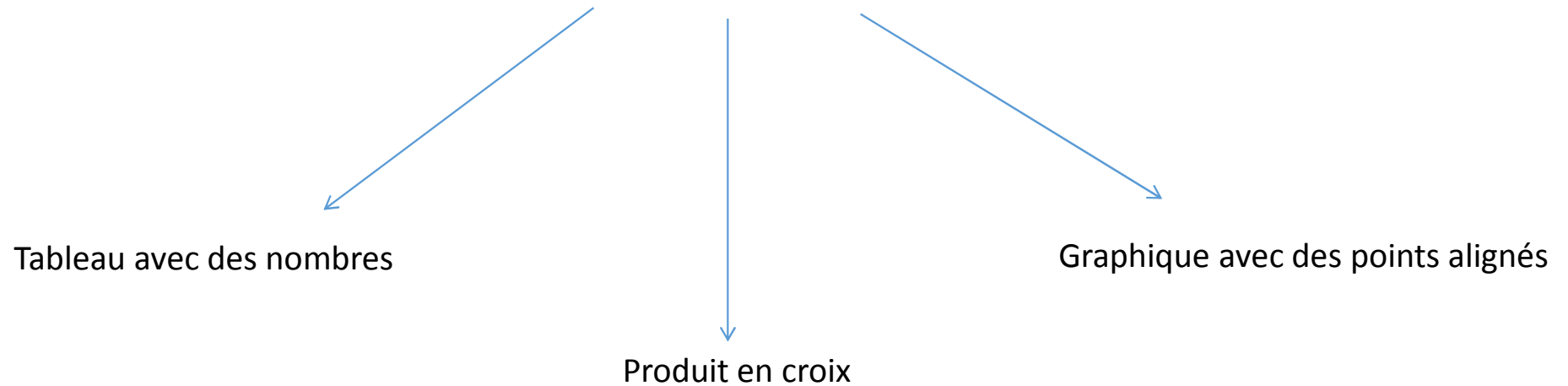
Pourquoi?

Éléments de réponse du côté de la proportionnalité sur:

- La place donnée à l'astuce du produit en croix
- Les types de tableaux utilisés
- La proportionnalité en graphiques
- Les représentations de la proportionnalité

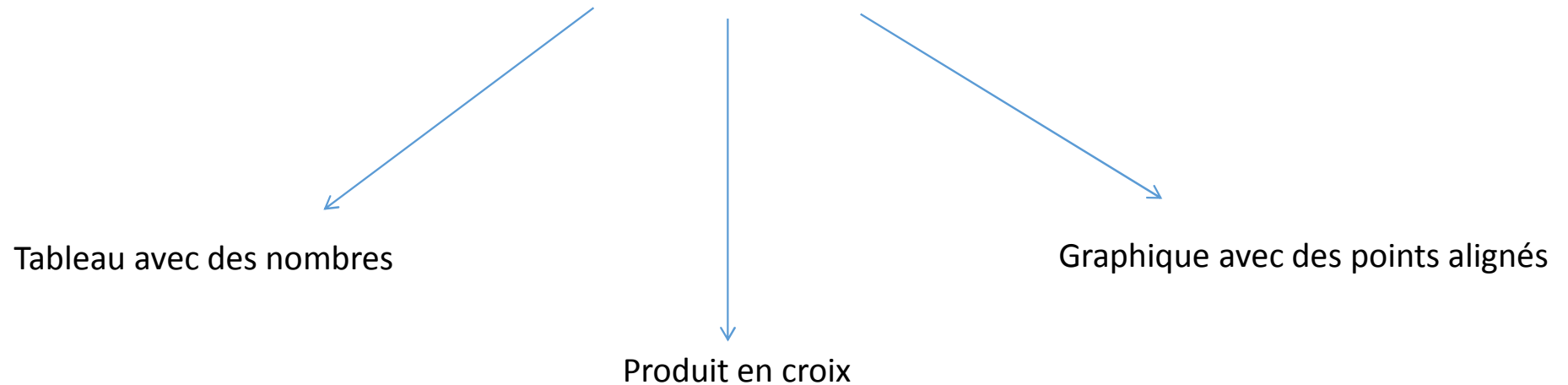
Constat:
Souvent pour les élèves,

Proportionnalité



**Constat:
Souvent pour les élèves,**

Proportionnalité



Mais creusons un peu...

La proportionnalité est marquée par une astuce très présente: le « produit en croix »...

La proportionnalité est marquée par une astuce très présente: le « produit en croix »...

PROPORTIONNALITÉ:

objet d'apprentissage

ou

astuce du produit en croix ?

Astuce: Définition du Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales

A.– *Dans un sens défavorable:*

1. *Vieilli*. Finesse d'esprit, habileté... *Synon.* fourberie, machiavélisme, mauvaise foi, perfidie, rouerie.
2. Ruse, tour adroit qui tend à tromper.

B.– *Dans un sens favorable ou neutre:*

Adresse déployée pour échapper à des circonstances difficiles.

Astuce: Définition du Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales

A.– *Dans un sens défavorable:*

1. *Vieilli*. Finesse d'esprit, habileté... *Synon.* fourberie, machiavélisme, mauvaise foi, perfidie, rouerie.
2. Ruse, tour adroit qui tend à tromper.

B.– *Dans un sens favorable ou neutre:*

Adresse déployée pour échapper à des circonstances difficiles.

Astuce phare de la proportionnalité:

- Le produit en croix

Astuce: Définition du Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales

A.– Dans un sens défavorable:

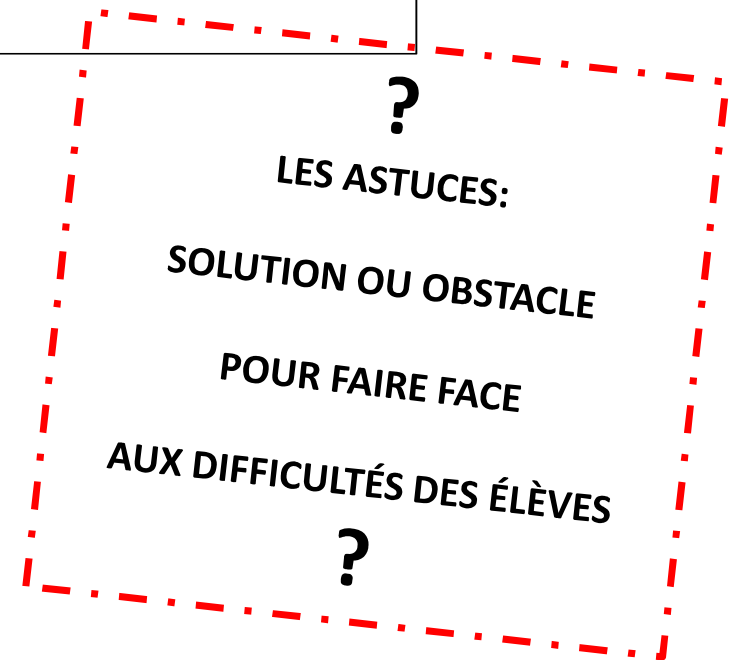
1. *Vieilli*. Finesse d'esprit, habileté... *Synon*. fourberie, machiavélisme, mauvaise foi, perfidie, rouerie.
2. Ruse, tour adroit qui tend à tromper.

B.– Dans un sens favorable ou neutre:

Adresse déployée pour échapper à des circonstances difficiles.

Astuce phare de la proportionnalité:

- Le produit en croix



Message aux collègues sur les astuces

- Les astuces répondent à un besoin de *résultat à court terme*.
- Les astuces permettent de *contourner* les difficultés, mais pas d'y répondre.
- Les astuces sont une *illusion de différenciation* pédagogique: en réalité, elles confinent les élèves dans leurs difficultés.
- Les astuces ne permettent ni l'ancrage des apprentissages, ni leur construction dans le temps.

Astuce : Le produit en croix

« Je multiplie les deux nombres en diagonale et je divise par le troisième »

1) - ouf	6	10
€ (euros)	1.80	

x

Astuce : Le produit en croix

appelé couramment
« produit en croix »
Mais pourtant différent du vrai produit en croix

« Je multiplie les deux nombres en diagonale et je divise par le troisième »

1) - ouf	6	10
€ (euros)	1.80	

x

Astuce : Le produit en croix

« Je multiplie les deux nombres en diagonale et je divise par le troisième »

1) - ouf	6
€ (euros)	1.80

x

$$x = \frac{1,80 \times 10}{6} = 8$$

Astuce : Le produit en croix

« Je multiplie les deux nombres en diagonale et je divise par le troisième »

A handwritten table on grid paper illustrating the cross-product method. The table has three columns and two rows. The first column contains the text '1) -> x = ?' and '€ (euros)'. The second column contains the number '6' and '1,80'. The third column contains '10', the expression '1,80 x 10', and '6'. A horizontal line is drawn between the two rows. To the right of the table, the result '= 8€' is written and circled. Two arrows point from the '6' in the second row, second column to the '10' in the first row, third column, and from the '1,80' in the second row, second column to the '6' in the second row, third column.

1) -> x = ?	6	10
€ (euros)	1,80	$1,80 \times 10$

= 8€

$$x = \frac{1,80 \times 10}{6} = 8$$

Astuce : Le produit en croix

« Je multiplie les deux nombres en diagonale et je divise par le troisième »

1) - ouf	6	10
€ (euros)	1.80	1,80 x 10

= 8€

$$x = \frac{1,80 \times 10}{6} = 8$$

?
LES ASTUCES:
SOLUTION OU OBSTACLE
POUR FAIRE FACE
AUX DIFFICULTÉS DES ÉLÈVES
?

Astuce contre objets d'apprentissages

Astuce: le produit en croix

Distance en km	100	?
Durée en h	2	1

Astuce *contre* objets d'apprentissages

Astuce: le produit en croix

Distance en km	100	?
Durée en h	2	1

$$\frac{100 \times 1}{2} = 50km$$

Astuce *ou* objets d'apprentissages ?

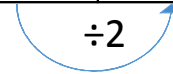
Astuce: le produit en croix

Distance en km	100	?
Durée en h	2	1

$$\frac{100 \times 1}{2} = 50 \text{ km}$$

Raisonnement: la propriété multiplicative avec unités

distance	100 km	?
durée	2 h	1 h



$$\frac{100 \text{ km}}{2} = 50 \text{ km}$$

Astuce *ou* objets d'apprentissages ?

Astuce: le produit en croix

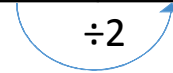
Distance en km	100	?
Durée en h	2	1

$$\frac{100 \times 1}{2} = 50 \text{ km}$$

Distance en km	50	?
Durée en h	1	5

Raisonnement: la propriété multiplicative avec unités

distance	100 km	?
durée	2 h	1 h



$$\frac{100 \text{ km}}{2} = 50 \text{ km}$$

Astuce *ou* objets d'apprentissages?

Astuce: le produit en croix

Distance en km	100	?
Durée en h	2	1

$$\frac{100 \times 1}{2} = 50 \text{ km}$$

Distance en km	50	?
Durée en h	1	5

$$\frac{50 \times 5}{1} = 250 \text{ km}$$

Raisonnement: la propriété multiplicative avec unités

distance	100 km	?
durée	2 h	1 h

$\div 2$

$$\frac{100 \text{ km}}{2} = 50 \text{ km}$$

Astuce *ou* objets d'apprentissages?

Astuce: le produit en croix

Distance en km	100	?
Durée en h	2	1

$$\frac{100 \times 1}{2} = 50 \text{ km}$$

Distance en km	50	?
Durée en h	1	5

$$\frac{50 \times 5}{1} = 250 \text{ km}$$

Raisonnement: la propriété multiplicative avec unités

distance	100 km	?
durée	2 h	1 h

÷ 2

distance	50 km	?
durée	1 h	5 h

× 5

$$\frac{100 \text{ km}}{2} = 50 \text{ km}$$

$$50 \text{ km} \times 5 = 250 \text{ km}$$

Astuce *ou* objets d'apprentissages?

Astuce: le produit en croix

Distance en km	100	?
Durée en h	2	1

$$\frac{100 \times 1}{2} = 50 \text{ km}$$

Distance en km	50	?
Durée en h	1	5

$$\frac{50 \times 5}{1} = 250 \text{ km}$$

Distance en km	100	?
Durée en h	2	5

Raisonnement: la propriété multiplicative avec unités

distance	100 km	?
durée	2 h	1 h

÷ 2

distance	50 km	?
durée	1 h	5 h

× 5

$$\frac{100 \text{ km}}{2} = 50 \text{ km}$$

$$50 \text{ km} \times 5 = 250 \text{ km}$$

Astuce *ou* objets d'apprentissages?

Astuce: le produit en croix

Distance en km	100	?
Durée en h	2	1

$$\frac{100 \times 1}{2} = 50 \text{ km}$$

Distance en km	50	?
Durée en h	1	5

$$\frac{50 \times 5}{1} = 250 \text{ km}$$

Distance en km	100	?
Durée en h	2	5

$$\frac{100 \times 5}{2} = 250 \text{ km}$$

Raisonnement: la propriété multiplicative avec unités

distance	100 km	?
durée	2 h	1 h

÷ 2

distance	50 km	?
durée	1 h	5 h

× 5

$$\frac{100 \text{ km}}{2} = 50 \text{ km}$$

$$50 \text{ km} \times 5 = 250 \text{ km}$$

Astuce *ou* objets d'apprentissages?

Astuce: le produit en croix

Distance en km	100	?
Durée en h	2	1

$$\frac{100 \times 1}{2} = 50 \text{ km}$$

Distance en km	50	?
Durée en h	1	5

$$\frac{50 \times 5}{1} = 250 \text{ km}$$

Distance en km	100	?
Durée en h	2	5

$$\frac{100 \times 5}{2} = 250 \text{ km}$$

Raisonnement: la propriété multiplicative avec unités

distance	100 km	?
durée	2 h	1 h

÷ 2

distance	50 km	?
durée	1 h	5 h

× 5

$$\frac{100 \text{ km}}{2} = 50 \text{ km}$$

$$50 \text{ km} \times 5 = 250 \text{ km}$$

Raisonnement: le passage à l'unité (ou règle de trois)... avec unités

distance	100 km	50 km	?
durée	2 h	1 h	5 h

÷ 2

× 5

$$\frac{100 \text{ km}}{2} \times 5 = 250 \text{ km}$$

Astuce *ou* objets d'apprentissages?

Astuce: le produit en croix

Distance en km	100	?
Durée en h	2	1

$$\frac{100 \times 1}{2} = 50 \text{ km}$$

Distance en km	50	?
Durée en h	1	5

$$\frac{50 \times 5}{1} = 250 \text{ km}$$

Distance en km	100	?
Durée en h	2	5

$$\frac{100 \times 5}{2} = 250 \text{ km}$$

Raisonnement: la propriété multiplicative avec unités

distance	100 km	?
durée	2 h	1 h

÷ 2

distance	50 km	?
durée	1 h	5 h

× 5

$$\frac{100 \text{ km}}{2} = 50 \text{ km}$$

$$50 \text{ km} \times 5 = 250 \text{ km}$$

Raisonnement: le passage à l'unité (ou règle de trois)... avec unités.

distance	100 km	50 km	?
durée	2 h	1 h	5 h

÷ 2

× 5

$$\frac{100 \text{ km}}{2} \times 5 = 250 \text{ km}$$

***Le produit en croix n'est pas un incontournable: Le raisonnement peut s'y substituer.
Le tableau de proportionnalité n'est pas nécessairement numérique: on peut y mettre les unités.***

Les propriétés de la linéarité:

***Le produit en croix n'est pas un incontournable:
Le raisonnement peut s'y substituer.***

Propriété additive de la linéarité:

$$3 \text{ h} = 1 \text{ h} + 2 \text{ h}$$

Donc

$$x = 50 \text{ km} + 100 \text{ km}$$

distance	50 km	100 km	?
durée	1 h	2 h	3 h

Propriété multiplicative de la linéarité:

distance	50 km	?
durée	1 h	3 h

$\times 3$

Le passage à l'unité / règle de trois :

distance	100 km	50 km	?
durée	2 h	1 h	3 h

$\div 2$ $\times 3$

Le coefficient de proportionnalité et égalité des rapports:

$$\frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{x}{3 \text{ h}} = v$$

$\times v$

distance	100 km	?
durée	2 h	3h

Message aux collègues sur les astuces en proportionnalité:

Abandonnons le produit en croix!

Privilégions l'explicitation des propriétés de la linéarité!

Nous avons le droit de mettre les unités dans les tableaux!

Dans la représentation tabulaire elle-même, on trouve plusieurs sortes de tableaux:
horizontaux ou verticaux, avec ou sans unités, avec ou sans double flèches...

Dans la représentation tabulaire elle-même, on trouve plusieurs sortes de tableaux:
horizontaux ou verticaux, avec ou sans unités, avec ou sans double flèches...

PROPORTIONNALITÉ

Les tableaux de la proportionnalité:

Quels rôles?
Quels implicites?

Les tableaux de la proportionnalité

<p>100 km \leftrightarrow 2 h</p> <p>200 km \leftrightarrow 4 h</p> <p>400 km \leftrightarrow 8 h</p>				Nombre de km	Nombre d'heures	
	d	100 km	200 km	400 km	100	2
	t	2 h	4 h	8 h	200	4
					400	8

Les tableaux de la proportionnalité

<div>100 km ↔ 2 h</div> <div>200 km ↔ 4 h</div> <div>400 km ↔ 8 h</div>	<table><tr><td>d</td><td>100 km</td><td>200 km</td><td>400 km</td></tr><tr><td>t</td><td>2 h</td><td>4 h</td><td>8 h</td></tr></table>	d	100 km	200 km	400 km	t	2 h	4 h	8 h	<table><tr><td>Nombre de km</td><td>Nombre d'heures</td></tr><tr><td>100</td><td>2</td></tr><tr><td>200</td><td>4</td></tr><tr><td>400</td><td>8</td></tr></table>	Nombre de km	Nombre d'heures	100	2	200	4	400	8
d	100 km	200 km	400 km															
t	2 h	4 h	8 h															
Nombre de km	Nombre d'heures																	
100	2																	
200	4																	
400	8																	
Tableau vertical <i>avec double flèche</i>	Tableaux horizontaux ou verticaux <i>en grille</i>																	

Les tableaux de la proportionnalité

<div>100 km ↔ 2 h</div> <div>200 km ↔ 4 h</div> <div>400 km ↔ 8 h</div>	<table><tr><td>d</td><td>100 km</td><td>200 km</td><td>400 km</td></tr><tr><td>t</td><td>2 h</td><td>4 h</td><td>8 h</td></tr></table>	d	100 km	200 km	400 km	t	2 h	4 h	8 h	<table><tr><td>Nombre de km</td><td>Nombre d'heures</td></tr><tr><td>100</td><td>2</td></tr><tr><td>200</td><td>4</td></tr><tr><td>400</td><td>8</td></tr></table>	Nombre de km	Nombre d'heures	100	2	200	4	400	8
d	100 km	200 km	400 km															
t	2 h	4 h	8 h															
Nombre de km	Nombre d'heures																	
100	2																	
200	4																	
400	8																	
<div>Tableau vertical <i>avec double flèche</i></div>	<div>Tableaux horizontaux ou verticaux <i>en grille</i></div>																	
<div>Utilisé pour manipuler des grandeurs qu'on sait proportionnelles.</div> <div>(ex: échelle, vitesse moyenne, masse volumique)</div>	<div>Utilisés pour manipuler des données dont on ne présuppose pas la proportionnalité.</div> <div>(ex: les prises de mesures, l'étude de données ou la saisie dans un tableur).</div>																	

Les tableaux de la proportionnalité

<p>100 km ↔ 2 h</p> <p>200 km ↔ 4 h</p> <p>400 km ↔ 8 h</p>	<table><tr><td>d</td><td>100 km</td><td>200 km</td><td>400 km</td></tr><tr><td>t</td><td>2 h</td><td>4 h</td><td>8 h</td></tr></table>	d	100 km	200 km	400 km	t	2 h	4 h	8 h	<table><tr><td>Nombre de km</td><td>Nombre d'heures</td></tr><tr><td>100</td><td>2</td></tr><tr><td>200</td><td>4</td></tr><tr><td>400</td><td>8</td></tr></table>	Nombre de km	Nombre d'heures	100	2	200	4	400	8
d	100 km	200 km	400 km															
t	2 h	4 h	8 h															
Nombre de km	Nombre d'heures																	
100	2																	
200	4																	
400	8																	
<p>Tableau vertical <i>avec double flèche</i></p>	<p>Tableaux horizontaux ou verticaux <i>en grille</i></p>																	
<p>Utilisé pour manipuler des grandeurs qu'on sait proportionnelles. (ex: échelle, vitesse moyenne, masse volumique)</p>	<p>Utilisés pour manipuler des données dont on ne présuppose pas la proportionnalité. (ex: les prises de mesures, l'étude de données ou la saisie dans un tableur).</p>																	

L'utilisation du symbole « \leftrightarrow » pour les tableaux signifie **implicitement** que les grandeurs **sont considérées dès le départ** comme proportionnelles.

L'utilisation des grilles pour les tableaux signifie **implicitement** que les données **ne sont pas présumées** proportionnelles.

Message aux collègues sur les astuces en proportionnalité:

**Intégrons en complémentarité
les tableaux avec doubles flèches et ceux en grilles
en les adaptant à nos démarches :**

Explicitons
s'il s'agit d'exploiter la proportionnalité *présupposée*:
tableaux avec \leftrightarrow ,

Explicitons
s'il s'agit *de savoir s'il y a proportionnalité ou pas*:
tableaux en grille.

La proportionnalité occupe une place importante lors des expérimentations...

La proportionnalité occupe une place importante lors des expérimentations...

PROPORTIONNALITÉ:

graphique de points expérimentaux,
alignement et coefficient directeur.

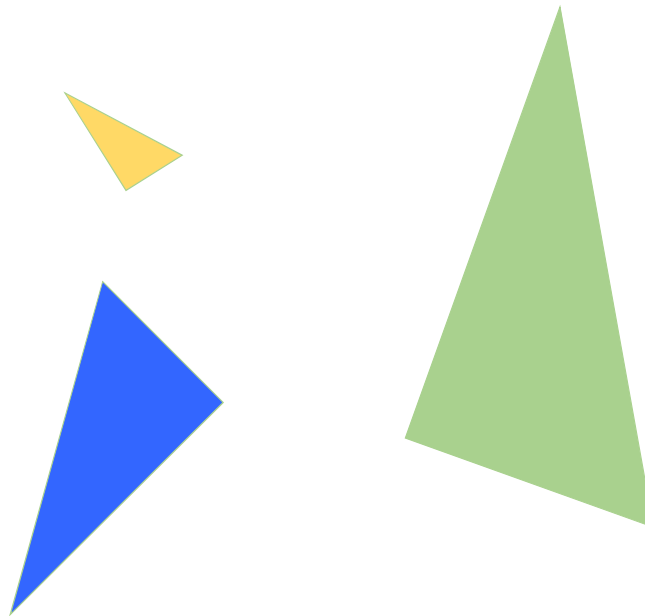
Proportionnalité, géométrie et graphiques

Comment expliquer l'alignement des points d'un graphique en situation de proportionnalité?

Proportionnalité, géométrie et graphiques

Comment expliquer l'alignement des points d'un graphique en situation de proportionnalité?

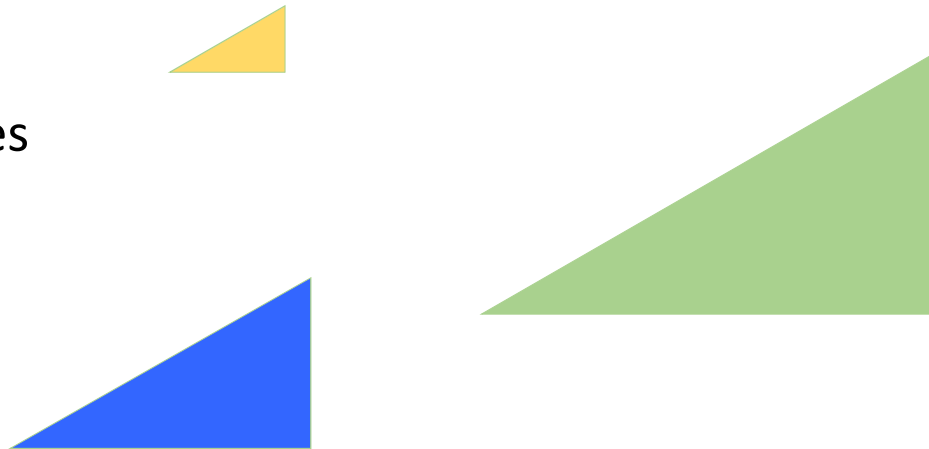
Trois triangles semblables



Proportionnalité, géométrie et graphiques

Comment expliquer l'alignement des points d'un graphique en situation de proportionnalité?

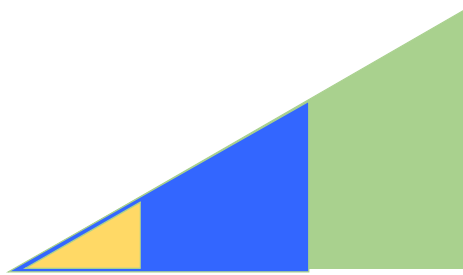
Trois triangles semblables



Proportionnalité, géométrie et graphiques

Comment expliquer l'alignement des points d'un graphique en situation de proportionnalité?

Trois triangles semblables

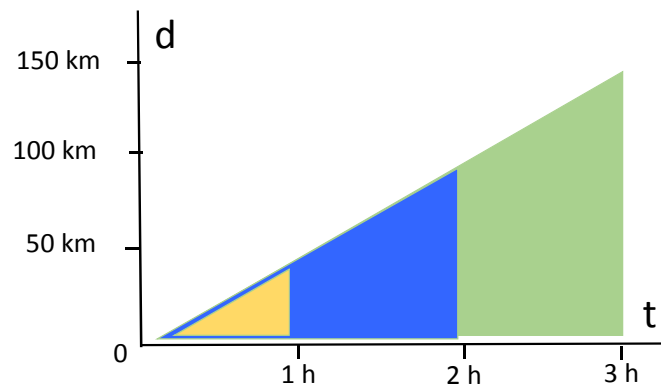


Thalès

Proportionnalité, géométrie et graphiques

Comment expliquer l'alignement des points d'un graphique en situation de proportionnalité?

Trois triangles semblables

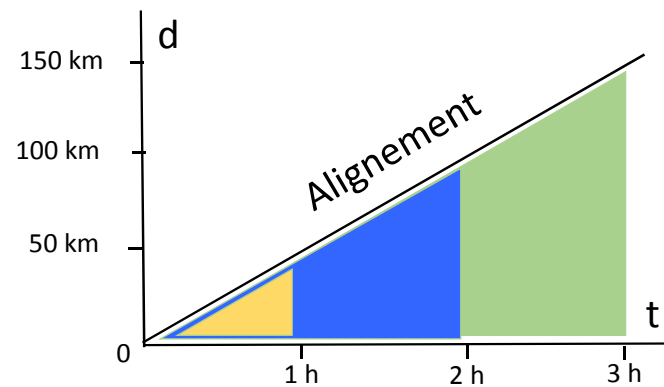


Thalès

Proportionnalité, géométrie et graphiques

Comment expliquer l'alignement des points d'un graphique en situation de proportionnalité?

Trois triangles semblables

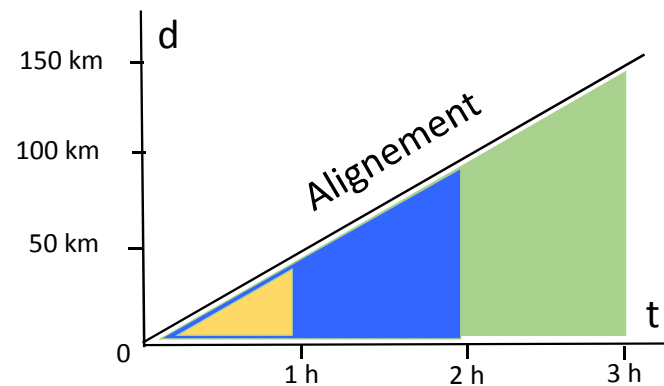


Thalès

Proportionnalité, géométrie et graphiques

Comment expliquer l'alignement des points d'un graphique en situation de proportionnalité?

Trois triangles semblables

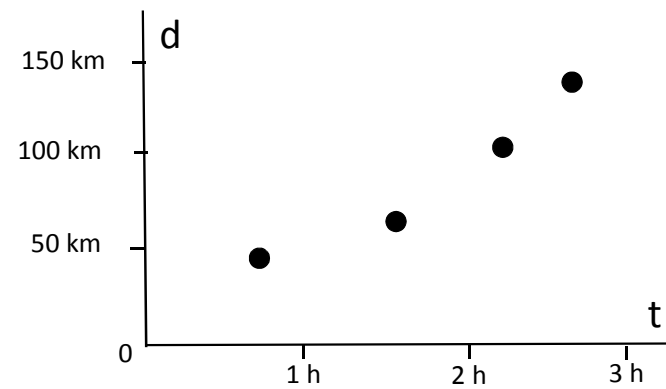


Thalès

Dans toute représentation graphique de la proportionnalité, l'analyse géométrique par le théorème de Thalès est possible.

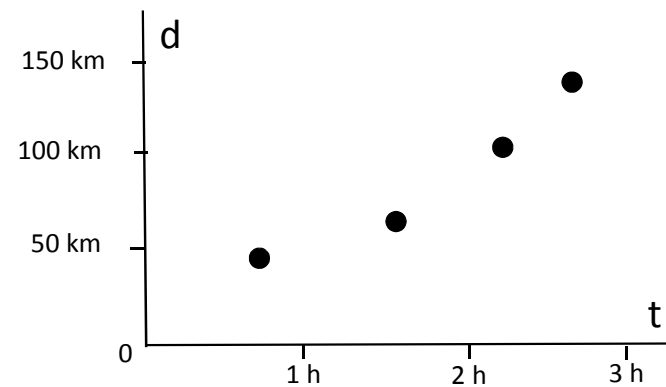
Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:



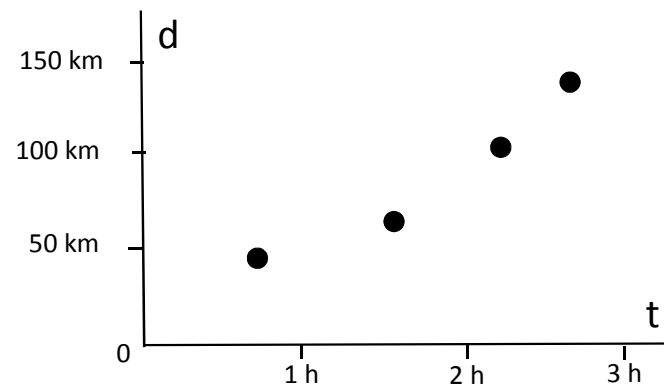
Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:
Proportionnalité ou pas?



Proportionnalité, géométrie et graphiques

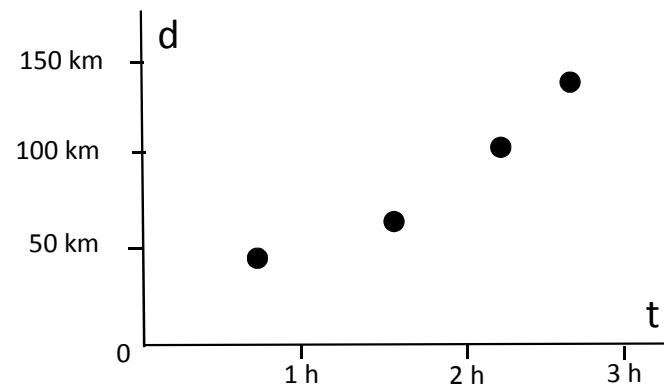
En situation expérimentale:
Proportionnalité ou pas?



Les points du graphique *ne sont pas alignés*.

Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:
Proportionnalité ou pas?

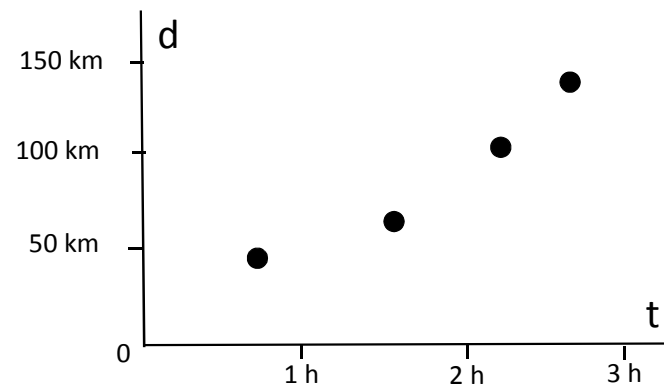


Les points du graphique *ne sont pas alignés*.

DONC les *valeurs* de la distance parcourue et de la durée *ne sont pas proportionnelles*.

Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:
Proportionnalité ou pas?



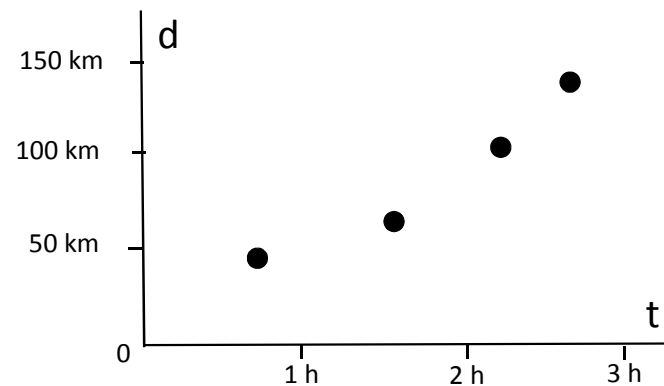
Les points du graphique *ne sont pas alignés*.

DONC les *valeurs* de la distance parcourue et de la durée *ne sont pas proportionnelles*.

CEPENDANT...

Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:
Proportionnalité ou pas?



Les points du graphique *ne sont pas alignés*.

DONC les *valeurs* de la distance parcourue et de la durée *ne sont pas proportionnelles*.

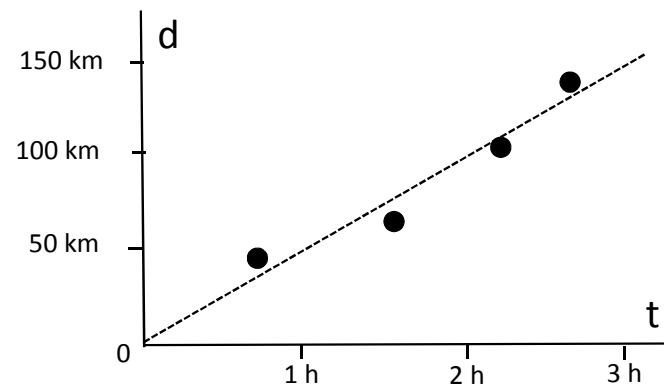
CEPENDANT...

Envisagés comme *expérimentaux* (présence d'incertitudes de mesure)

Les points du graphique sont *compatibles* avec un *modèle linéaire* de la dépendance entre la distance et la durée.

Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:
Proportionnalité ou pas?



Les points du graphique *ne sont pas alignés*.

DONC les valeurs de la distance parcourue et de la durée *ne sont pas proportionnelles*.

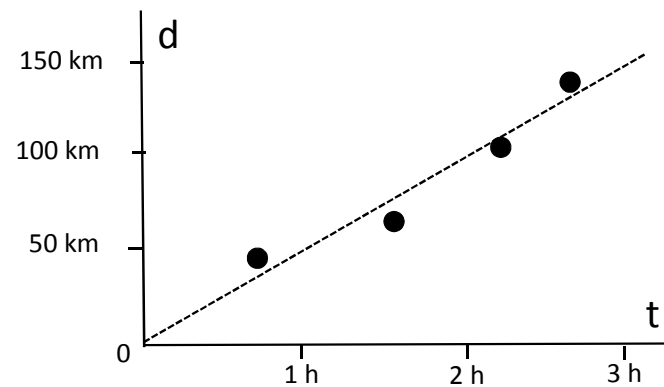
CEPENDANT...

Envisagés comme *expérimentaux* (présence d'incertitudes de mesure)

Les points du graphique sont *compatibles* avec un *modèle linéaire* de la dépendance entre la distance et la durée.

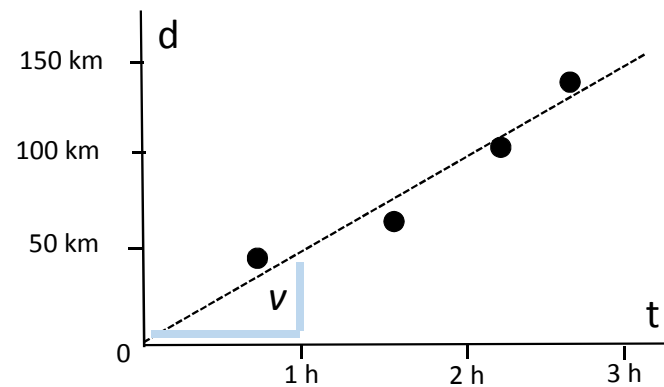
Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:
Coefficient directeur: avec ou sans unités?



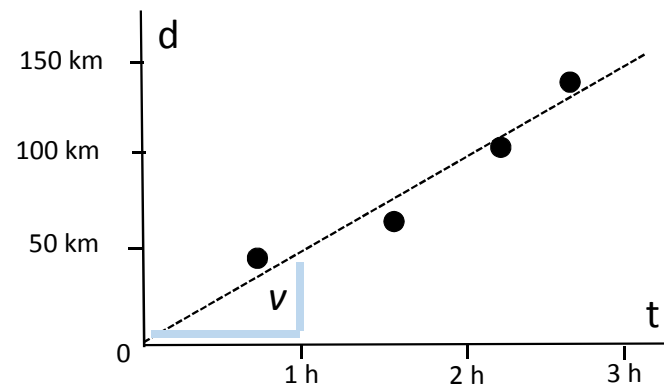
Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:
Coefficient directeur: avec ou sans unités?



Proportionnalité, géométrie et graphiques

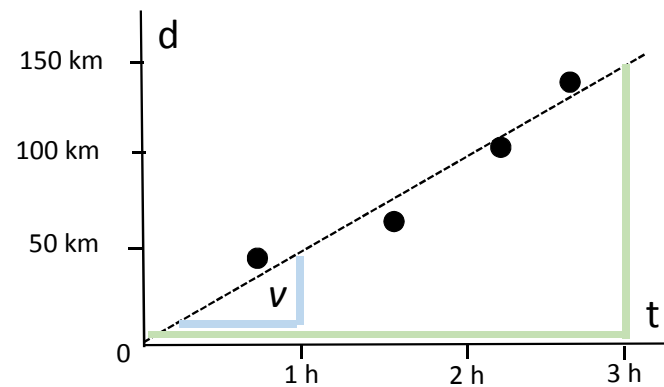
En situation expérimentale:
Coefficient directeur: avec ou sans unités?



On choisit un point de la droite-modèle

Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:
Coefficient directeur: avec ou sans unités?

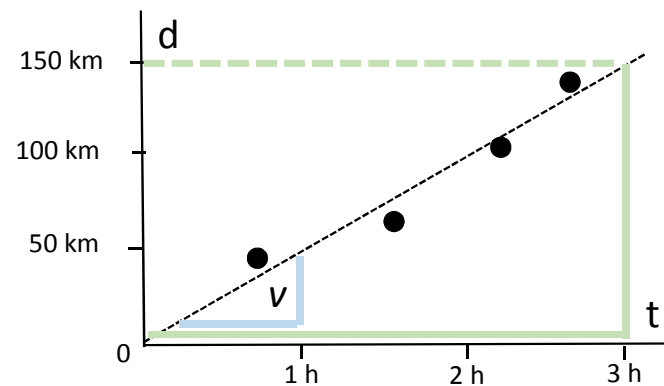


Thalès

On choisit un point de la droite-modèle

Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:
Coefficient directeur: avec ou sans unités?



Thalès

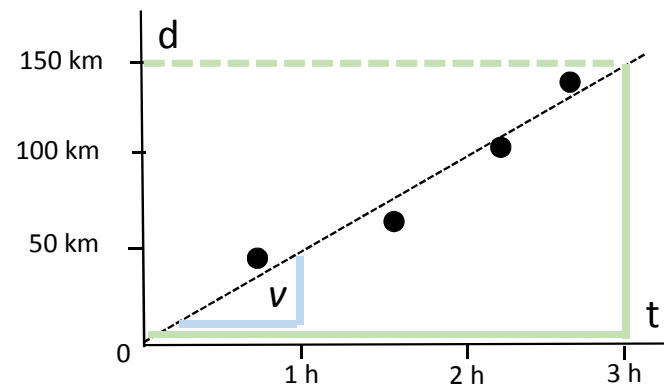
On choisit un point de la droite-modèle

$$v = \frac{150 \text{ km}}{3 \text{ h}} = \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 50 \text{ km/h}$$

Égalité des rapports

Proportionnalité, géométrie et graphiques

En situation expérimentale:
Coefficient directeur: avec ou sans unités?



Thalès

On choisit un point de la droite-modèle

$$v = \frac{150 \text{ km}}{3 \text{ h}} = \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 50 \text{ km/h}$$

Égalité des rapports

En situation de proportionnalité impliquant des grandeurs,
le coefficient de proportionnalité a nécessairement une unité.

**Message aux collègues sur les graphiques expérimentaux
en proportionnalité:**

Des points expérimentaux
ne sont jamais *parfaitement* alignés.

Mais ils peuvent être compatibles
avec un modèle linéaire de dépendance.

Le coefficient directeur de deux grandeurs proportionnelles,
a toujours une unité;
il est toujours défini par rapport à la droite modèle.

La proportionnalité est très souvent réduite par les élèves à l'idée de tableau...

La proportionnalité est très souvent réduite par les élèves à l'idée de tableau...

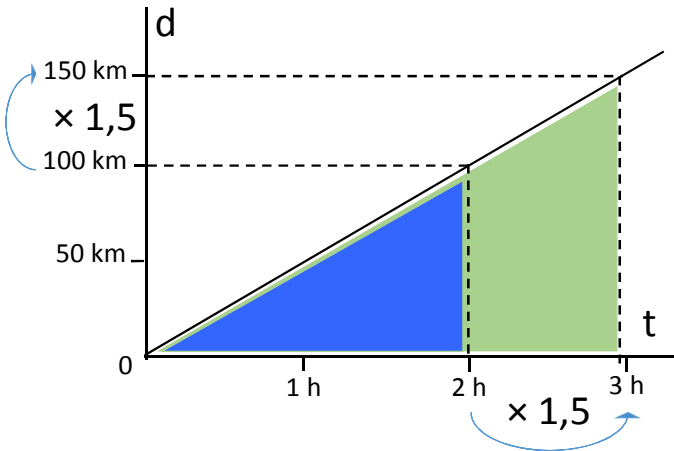
PROPORTIONNALITÉ:

éclairages multiples

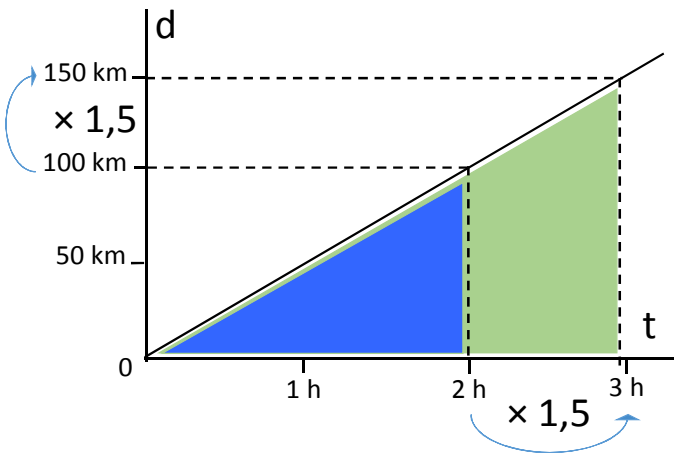
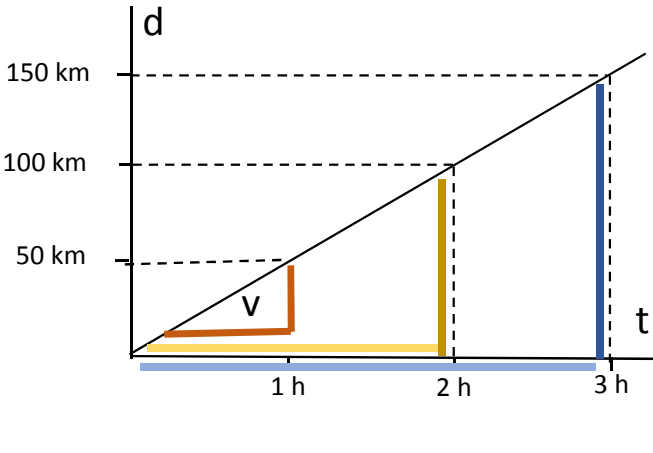
LA PROPORTIONNALITÉ : ÉCLAIRAGES MULTIPLES

	Propriété multiplicative	Égalité des rapports et Coefficient de proportionnalité	Propriété additive
Représentations tabulaires			
Représentations algébriques			
Représentations Graphiques-géométriques			

LA PROPORTIONNALITÉ : ÉCLAIRAGES MULTIPLES

	Propriété multiplicative	Égalité des rapports et Coefficient de proportionnalité	Propriété additive						
Représentations tabulaires	<div><div><div>× 1,5</div><table><tr><td>d</td><td>100 km</td><td>150 km</td></tr><tr><td>t</td><td>2 h</td><td>3 h</td></tr></table></div></div>	d	100 km	150 km	t	2 h	3 h		
d	100 km	150 km							
t	2 h	3 h							
Représentations algébriques	<div><div>× 1,5</div>$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{150 \text{ km}}{3 \text{ h}}$<div>× 1,5</div></div>								
Représentations Graphiques-géométriques	<div><div><div>× 1,5</div></div></div>								

LA PROPORTIONNALITÉ : ÉCLAIRAGES MULTIPLES

	Propriété multiplicative	Égalité des rapports et Coefficient de proportionnalité	Propriété additive												
Représentations tabulaires	<table><tr><td>d</td><td>100 km</td><td>150 km</td></tr><tr><td>t</td><td>2 h</td><td>3 h</td></tr></table> <div>× 1,5</div>	d	100 km	150 km	t	2 h	3 h	<table><tr><td>d</td><td>100 km</td><td>150 km</td></tr><tr><td>t</td><td>2 h</td><td>3 h</td></tr></table> <div>× v</div>	d	100 km	150 km	t	2 h	3 h	
d	100 km	150 km													
t	2 h	3 h													
d	100 km	150 km													
t	2 h	3 h													
Représentations algébriques	$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{150 \text{ km}}{3 \text{ h}}$ <div>× 1,5</div>	$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{150 \text{ km}}{3 \text{ h}}$													
Représentations Graphiques-géométriques															

LA PROPORTIONNALITÉ : ÉCLAIRAGES MULTIPLES

Propriété multiplicative

	$\times 1,5$	
d	100 km	150 km
t	2 h	3 h

Égalité des rapports

et

Coefficient de proportionnalité

$\times v$	$\frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{150 \text{ km}}{3 \text{ h}}$
------------	---

Propriété additive

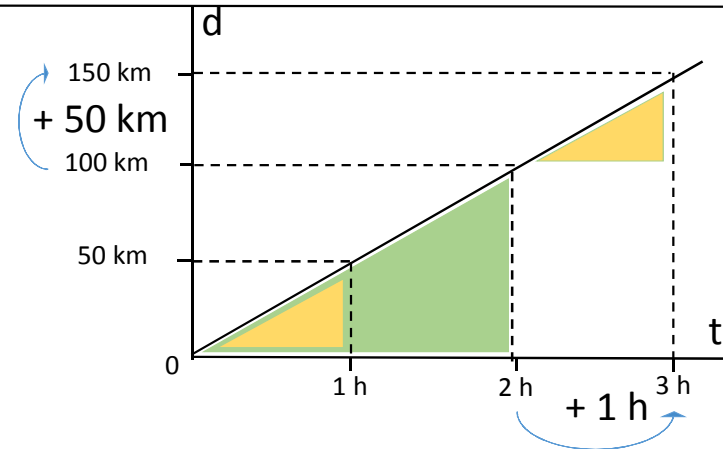
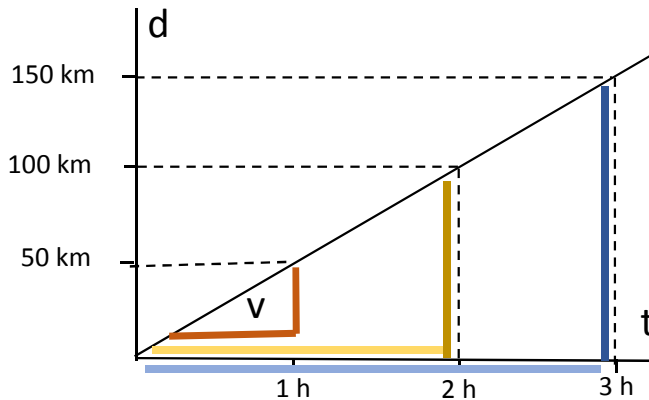
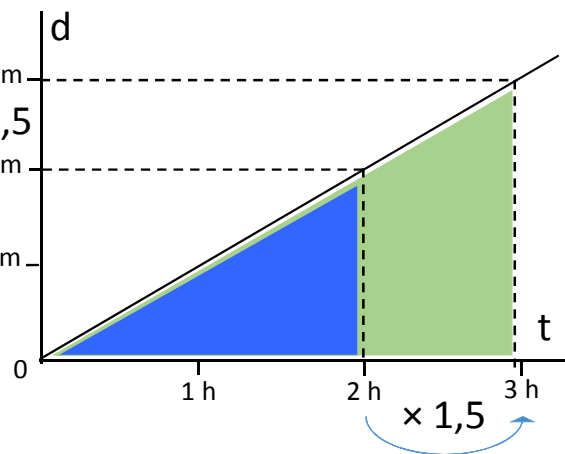
d	50 km	100 km	50 km + 100 km
t	1 h	2 h	1 h + 2 h

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{150 \text{ km}}{3 \text{ h}}$$

$\times 1,5$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{150 \text{ km}}{3 \text{ h}}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{50 \text{ km} + 100 \text{ km}}{1 \text{ h} + 2 \text{ h}}$$



Représentations
tabulaires

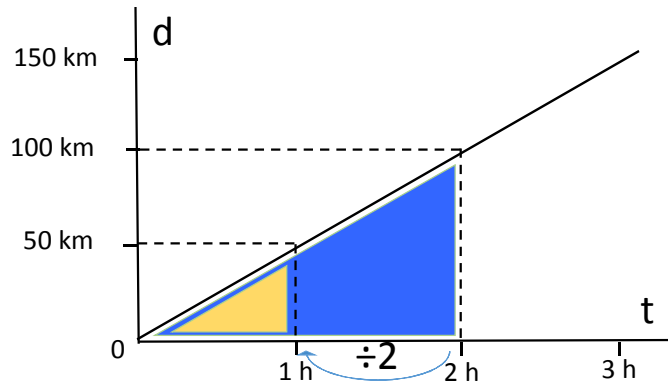
Représentations
algébriques

Représentations
Graphiques-géométriques

**100 km sont parcourus en 2 h,
COMMENT DÉTERMINER LA VITESSE?**

**100 km sont parcourus en 2 h,
COMMENT DÉTERMINER LA VITESSE?**

Propriété multiplicative et passages à l'unité



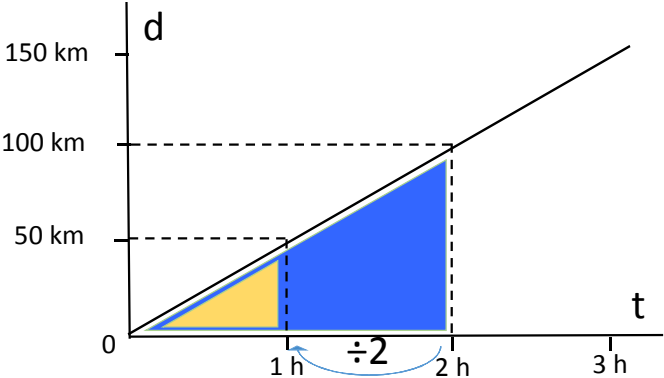
d	100 km	?
t	2 h	1 h

÷2

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} \stackrel{\div 2}{=} \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

**100 km sont parcourus en 2 h,
COMMENT DÉTERMINER LA VITESSE?**

Propriété multiplicative et passages à l'unité



d	100 km	?
t	2 h	1 h

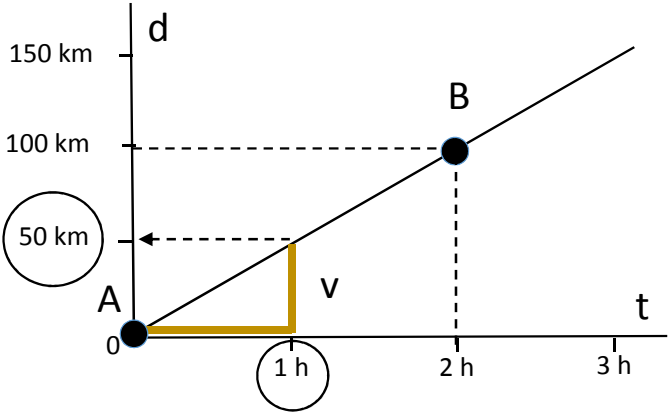
÷2

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} \stackrel{\div 2}{=} \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Égalité des rapports et coefficient de proportionnalité

Démarche:

- À partir des données, on place A et B,
- on trace la droite
- on en déduit v



Définition du coefficient de proportionnalité

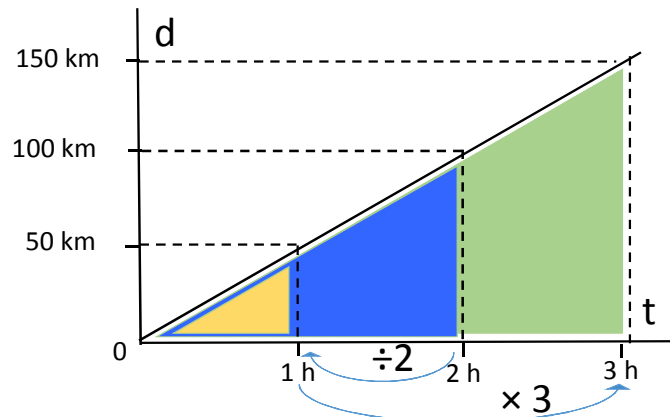
$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

**100 km sont parcourus en 2 h,
COMMENT DÉTERMINER LA DISTANCE pour $t = 3$ h ?**

**100 km sont parcourus en 2 h,
COMMENT DÉTERMINER LA DISTANCE pour $t = 3$ h ?**

Propriété multiplicative et passages à l'unité



d	100 km	50 km	?
t	2 h	1 h	3 h

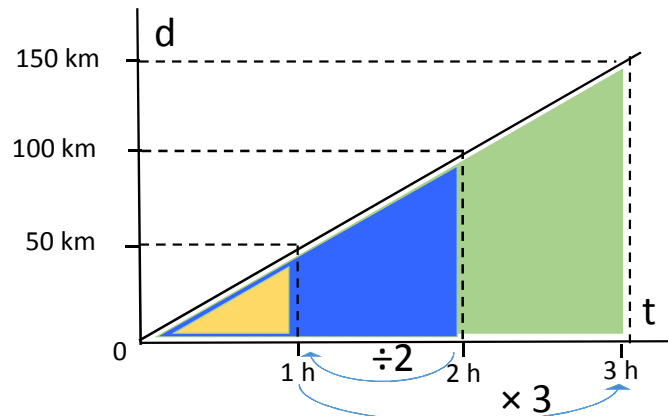
$\div 2$

$\times 3$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} \stackrel{\div 2}{=} \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ h}} \stackrel{\times 3}{=} \frac{150 \text{ km}}{3 \text{ h}}$$

**100 km sont parcourus en 2 h,
COMMENT DÉTERMINER LA DISTANCE pour $t = 3$ h ?**

Propriété multiplicative et passages à l'unité



d	100 km	50 km	?
t	2 h	1 h	3 h

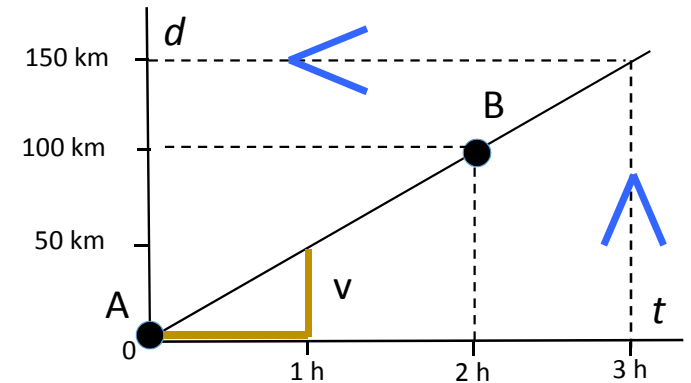
$\div 2$ (de 2 h à 1 h) $\times 3$ (de 1 h à 3 h)

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} \stackrel{\div 2}{=} \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ h}} \stackrel{\times 3}{=} \frac{150 \text{ km}}{3 \text{ h}}$$

Égalité des rapports et coefficient de proportionnalité

Démarche:

- À partir des données, on place A et B,
- on trace la droite
- on en déduit d



Multiplier t par le coefficient de proportionnalité:

$\times v$

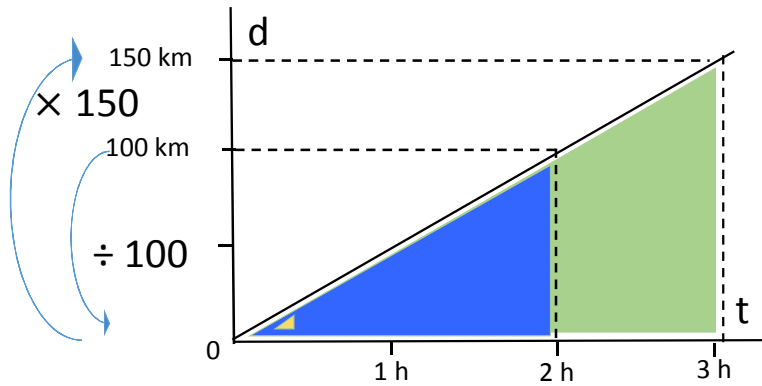
d	100 km	?
t	2 h	3 h

$$d = v \times t = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times 3 \text{ h} = 150 \text{ km}$$

100 km sont parcourus en 2 h,
COMMENT DÉTERMINER LA DURÉE pour $d = 150$ km

100 km sont parcourus en 2 h,
COMMENT DÉTERMINER LA DURÉE pour $d = 150$ km

Propriété multiplicative et passages à l'unité



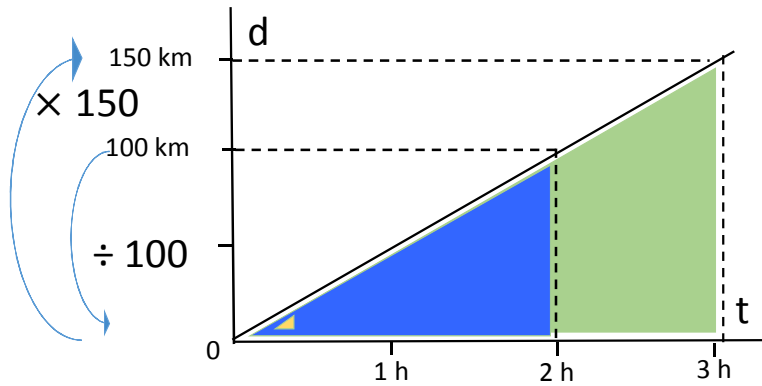
	$\div 100$		$\times 150$
d	100 km	1 km	150 km
t	2 h	0,02 h	?

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{1 \text{ km}}{0,02 \text{ h}} = \frac{150 \text{ km}}{?}$$

$\div 100$ $\times 150$
 $\div 100$ $\times 150$

**100 km sont parcourus en 2 h,
COMMENT DÉTERMINER LA DURÉE pour $d = 150$ km**

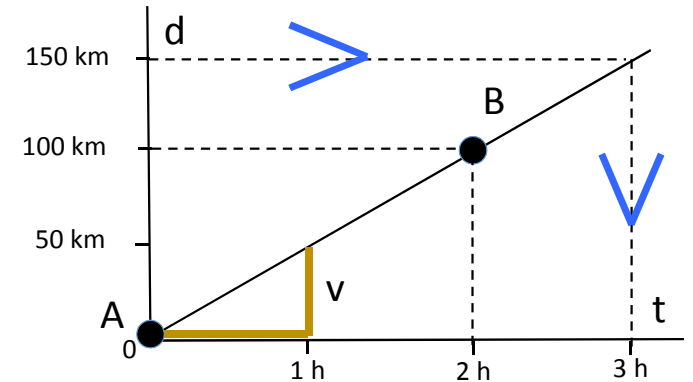
Propriété multiplicative et passages à l'unité



Égalité des rapports et coefficient de proportionnalité

Démarche:

- À partir des données, on place A et B,
- on trace la droite
- on en déduit t



	$\div 100$	$\times 150$	
d	100 km	1 km	150 km
t	2 h	0,02 h	?

Diviser par le coefficient directeur (préalablement calculé):

	$\div v$	
d	100 km	150 km
t	2 h	?

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{1 \text{ km}}{0,02 \text{ h}} = \frac{150 \text{ km}}{?}$$

$\div 100$ $\times 150$
 $\div 100$ $\times 150$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{150 \text{ km}}{50 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 3 \text{ h}$$

Message aux collègues sur les représentations de proportionnalité:

La proportionnalité ne se résume pas à des tableaux!

Éclairons la proportionnalité par
la diversité des ses représentations:
Tabulaire, graphique, géométrique, algébrique.

Explicitons les propriétés de la proportionnalité
pour l'ensemble de ses représentations!

Message aux collègues sur la proportionnalité

- **Mobilisons explicitement les propriétés de la proportionnalité** et abandonnons l'astuce du produit en croix.
- Comme pour les applications numériques, **nous avons le droit de mettre les unités dans les tableaux.**
- Diversifions les éclairages de la proportionnalité entre **explicitant les liens entre algèbre, tableaux, graphiques et géométrie (Thalès)**; les tableaux ne sont qu'une représentation parmi d'autres.
- Intégrons en complémentarité les tableaux avec doubles flèches et ceux en grille en les adaptant à nos démarches : **expliciter** s'il s'agit **d'exploiter la proportionnalité *présupposée* (\leftrightarrow)**, ou au contraire **expliciter** s'il s'agit ***de savoir s'il y a proportionnalité ou pas* (grille)**.
- Investissons dans la formation des élèves **sur la durée, de la primaire à la terminale.**
- Investissons dans la formation des élèves par **une approche collective**, en faisant vivre les objets d'apprentissages dans chacune de nos disciplines.
- Sur le long terme, **tout le monde y gagne : les enseignants et les élèves!**

La proportionnalité est **un objet mathématique *partagé***:

Son apprentissage est donc l'affaire
de toutes les disciplines scientifiques.

Prenons-en soin, pour **mieux former nos élèves!**

IMPORTANCE DE L'AP:

En AP je travaille les apprentissages directement utiles
pour ma discipline et pour celles de mes collègues.

Regards croisés maths-physique&chimie

À ne pas manquer:

Applications Numériques avec Unités

Objet d'apprentissage *contre* tradition :
enjeux de formation des élèves

L'Isolement de Terme

Objets d'apprentissage *contre* astuces:
enjeux de formation des élèves

Regards croisés maths-physique&chimie

Pour aller plus loin:

Le Stage PAF Créteil :

Regards croisés Maths-PC: calculs et dépendances

CHAPITRE : « INT » (pour interdisciplinaire)

La brochure:

Moteur de recherche: « renouer avec le calcul »



Ph-Ch
Créteil

Portail académique de
Physique-Chimie

académie
Créteil

Recherche

Actualités - S'informer - Enseigner - Se former - Archives -

Accueil > Enseigner > Liaisons intercycles > Liaison lycée/université > Renouer avec le calcul

Renouer avec le calcul

02 / 03 / 2015

Le document proposé fournit des pistes de réflexion pour mieux comprendre les difficultés des élèves lorsqu'ils transfèrent leurs connaissances et capacités mathématiques en physique-chimie.

Écrit dans un langage accessible, il n'en est pas moins très rigoureux dans la démarche scientifique et propose de nombreux exemples qui sont pratiqués au quotidien par les enseignants de sciences.

Dans la même rubrique

- Les mécanismes réactionnels.
- Propriétés chimiques de l'acide fumarique
- Quelles compétences mathématiques sont sollicitées en physique-chimie et SVT au lycée, et nécessaires pour la licence ?

Derniers articles

- Pickers
- Pourquoi utiliser Pickers ?
- Le concours Science Factor
- Le MOOC Nano
- Le Nobel pour les ondes gravitationnelles !

Regards croisés maths-physique&chimie

Pour nous contacter:

mpc@irem.univ-paris-diderot.fr

Nos productions et vidéos:

IREM Paris 7 > Groupes de travail > Maths/physique-chimie

MERCI !